

# 数

受験番号

採点欄

## 数学問題・答案用紙(一)

I.  $x^2 - xy - 6y^2 + x + ay - 2 = 0$  が 2 本の直線を表すような定数  $a$  の値を求めよ。

II. 1 から 30 までの番号を書いた 30 枚のカードの中から同時に 2 枚取り出すとき、カードに書かれた 2 つの数の積が 6 で割り切れる確率を求めよ。

III. 多項式  $f(x)$  が等式  $f(x) = f'(x)f''(x)$  を満たすとき、方程式  $f(x) = 0$  は 3 重解を持つことを示せ。

<注>例えば、方程式  $(x-5)^3(x+2)^2 = 0$  の解  $x=5$  をこの方程式の 3 重解という。

IV. 数列  $\{x_n\}$  と  $\{y_n\}$  は次の式に従って作られている。ただし,  $r$  は定数である。

$$x_1=3, y_1=1, x_{n+1}=2rx_n+ry_n, y_{n+1}=(r-\frac{1}{2})x_n+(\frac{1}{2}r+1)y_n$$

このとき, 次の問いに答えよ。

- 1) 1本の直線があって, 点  $P_n(x_n, y_n)$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) はすべてその上にあることを示し, その直線の方程式を求めよ。

- 2) 数列  $\{x_n\}$  と  $\{y_n\}$  が収束する  $r$  の範囲を求め,  $n$  を限りなく大きくしたとき, 点  $P_n$  が近づいていく点の座標を求めよ。

# 数

受験番号				
------	--	--	--	--

採点欄			
-----	--	--	--

## 数学問題・答案用紙(三)

V. 点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円に内接する正  $n$  角形がある。この正  $n$  角形の  $n$  個の頂点をそれぞれ  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$  とするとき、次の問いに答えよ。

1) 内積  $\overrightarrow{OA_0} \cdot \overrightarrow{A_0A_k}$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n-1$ ) を求めよ。

2) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \overrightarrow{OA_0} \cdot \overrightarrow{A_0A_k}$  を求めよ。

3) 点  $B_n$  を  $\overrightarrow{A_0B_n} = \frac{1}{n} (\overrightarrow{A_0A_1} + \overrightarrow{A_0A_2} + \dots + \overrightarrow{A_0A_{n-2}} + \overrightarrow{A_0A_{n-1}})$  により定める。 $n$  を限りなく大きくしたとき、点  $B_n$  が近づいていく点の座標を求めよ。